

EL TEOREMA DE PITÀGORES: ENUNCIAT

Aproximadament un segle després de Tales, Pitàgores va descobrir, entre altres coses, un Teorema que el va fer famós. El Teorema de Pitàgores consisteix en *una regla que permet calcular un costat d'un triangle **rectangle** quan coneixes els altres dos* (Para especial atenció a que *només serveix per als triangles rectangles!*).

Ja parlarem sobre la importància del Teorema. Ara i, per entendre'l "a la primera", recorda com anomenava Pitàgores els costats del triangle rectangle: catets i hipotenusa.

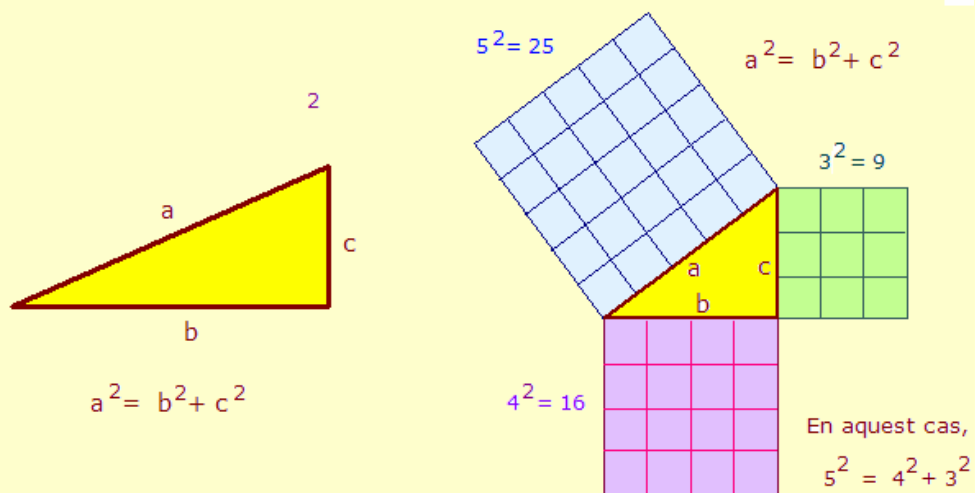
Teorema de Pitàgores

Els costats de qualsevol triangle rectangle d'hipotenusa a i catets b i c compleixen la fórmula

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (\text{figura 1})$$

(És a dir: El resultat d'elevat al quadrat el valor de la hipotenusa coincideix amb el que sumen els quadrats dels valors dels catets)

Geomètricament, el teorema es pot interpretar dient que "L'àrea del quadrat construït sobre la hipotenusa és la suma de les àrees dels quadrats construïts sobre els catets" (figura 2).



Una demostració del Teorema de Pitàgores

Assaig previ de càlcul mental.

Nombre	Quadrat	Nombre	Arrel
1	$1^2 = 1$	1	$\sqrt{1} = 1$
2	$2^2 = 4$	4	$\sqrt{4} = 2$
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13	$13^2 = 169$	169	$\sqrt{169} = 13$
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20	$20^2 = 400$	400	$\sqrt{400} = 20$

Suposo que saps quina operació és l'arrel quadrada i com es fa amb calculadora. Però també aniria bé que aprenguessis de memòria els quadrats dels vint primers nombres.

Completa la taula de la dreta (Pots usar calculadora), ja sigui aquí mateix o amb un quadern o full a part.

I observa que cada quadrat s'obté sumant al quadrat anterior el doble més u de la base de l'anterior.

Per exemple:

$$11^2 = 10^2 + 21 = 100 + 21 = 121$$

on 21 és el doble més u de 10 (base del quadrat anterior)

$$12^2 = 11^2 + 23 = 121 + 23 = 144, \text{ etc.}$$

Això permet seguir dient "de memòria" la llista, especialment a partir de 10^2 (Que no és memòria, sinó càlcul... I, si l'entrenes força, veuràs que pots batre records de velocitat).

COM S'APLICA EL TEOREMA DE PITÀGORES, UTILITZANT L'EQUACIÓ DE 2n GRAU.

(Segons el cas, en el primer membre hi ha la incògnita x, al quadrat, que és la hipotenusa o un dels catets.)

Exemple (Càlcul de la hipotenusa)

Calcula la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual tenen 24 i 42 cm.

Fixa't que no necessites un dibuix. Com que saps que s'ha de complir $a^2 = b^2 + c^2$ (a hipotenusa, b i c catets), ja pots veure que a surt directament fent $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{24^2 + 42^2} = \sqrt{576 + 1764} = \sqrt{2340} = 48'37 \text{ cm}$ (Comprova amb la calculadora).

Exemple (Càlcul d'un catet)

Troba l'altre catet d'un triangle rectangle d'hipotenusa 15 cm, i un catet de 9 cm.

Igualment, com que s'ha de complir $a^2 = b^2 + c^2$ (a hipotenusa, b i c catets) i ara es tracta de trobar un catet (per exemple, c) primer considerarem que $c^2 = a^2 - b^2$ i farem, doncs, $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$ (Si haves entrenat el que hem dit abans, ara hauràs pogut fer mentalment els càlculs).