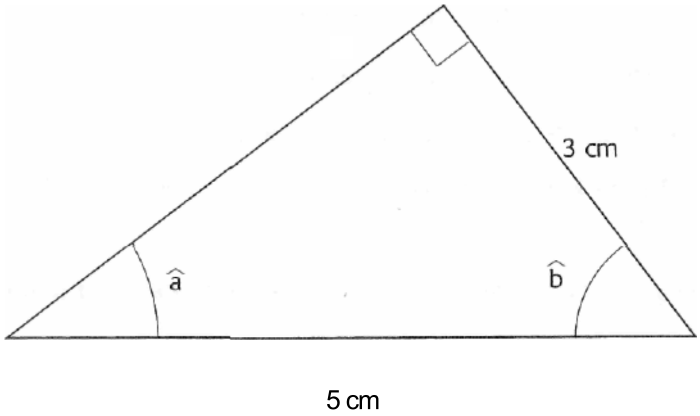
Es tracta de què resoleu les qüestions següents llegint atentament els enunciats i, després, comproveu si les vostres respostes coincideixen amb les solucions donades.

SI MIREU LES SOLUCIONS ABANS DE RESOLDRE ELS EXERCICIS, NO US SERVIRÀ DE RES. Només mireu-les si no relacioneu amb la teoria.

1. Indiqueu les afirmacions que siguin certes respecte a aquest triangle.



Per exemple: És un triangle escalè. √

a) És un triangle obtusangle.

b) L'angle oposat al costat de 5 cm mesura 60°.

c) El costat oposat a l'angle $\hat{b}$ fa 4 cm.

d) L'angle que forma el costat de 3 cm amb el de 4 cm és rectangle.

e) Els costats que determinen l'angle $\hat{a}$ són el de 5 cm i el de 3 cm.

SOL.: Són certes c) i d). Amb el Teorema de Pitàgores, $\mathbf{b} = \sqrt{\mathbf{5^2} - \mathbf{3^2}} = \mathbf{4}$ cm. Els nombres 3, 4 i 5 i els seus múltiples -6, 8, 10, etc- s'anomenen *nombres pitagòrics* perquè només ells acompleixen el Teorema de Pitàgores en un triangle rectangle.

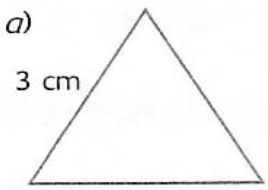
2. Dibuixeu un triangle equilàter de 3 cm de costat, un d'isòsceles amb dos costats de 3 cm i un costat de 2 cm, i un d'escalè i rectangle que tingui el costat més llarg de 5 cm.

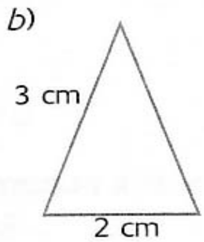
a) Equilàter

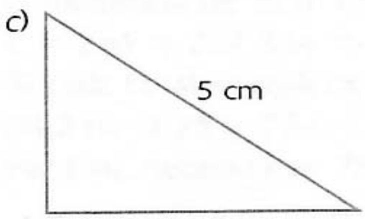
b) Isòsceles

c) Escalè

SOL.:

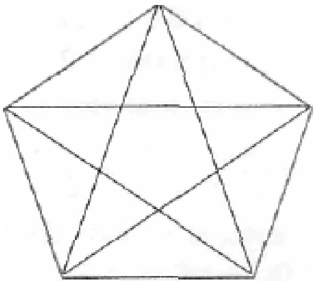






3. Dibuixeu un pentàgon regular (amb els cinc costats iguals). Traça-hi totes les diagonals possibles.

SOL.:

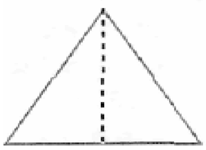


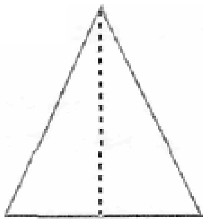
Es poden traçar $\mathbf{\frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{5 \cdot (5-3)}{2} = 5}$ **diagonals.**

4. Dibuixeu un triangle equilàter i un d'isòsceles, i traça l'altura de cadascun. a) Com són els dos triangles en què queda dividit el triangle equilàter?
b) I els triangles que resulten de dividir el triangle isòsceles?

SOL.:

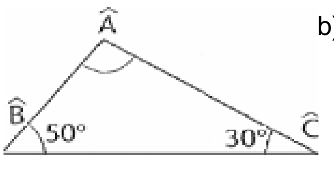
a) Rectangles.
b) Rectangles.



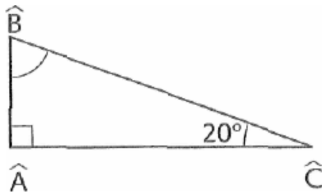


5. Quant mesuren els angles dels triangles següents?

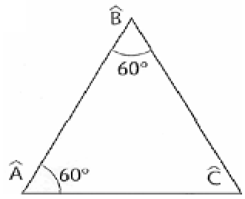
a)



b)



c)



SOL.:

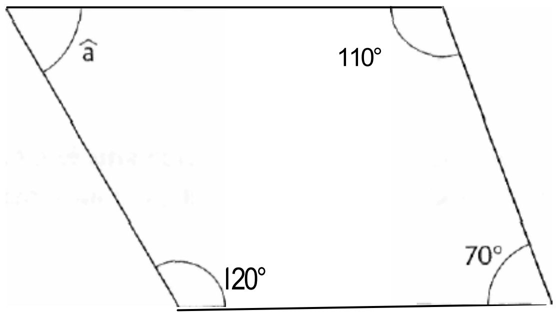
a) $\hat{A} = 180° - 50° - 30° = 100°$

b) $\hat{A} = 90°$;
$\hat{B} = 180° - 90° - 20° = 70°$

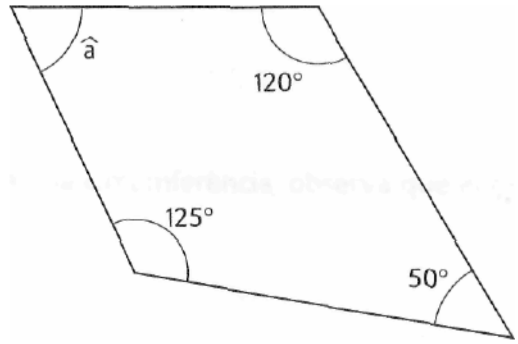
c) $\hat{C} = 180° - 60° - 60° = 60°$

6. Calculeu els angles següents:

a)



b)



SOL.:

Un quadrilàter es pot dividir en dos triangles; per tant, la suma dels angles d'un quadrilàter serà: 2 x 180° = 360°

a) $\hat{a}$ = 360° - 110° - 120° - 70° = 60°

b) $\hat{a}$ = 360° - 125° - 120° - 50° = 65°

7. Indiqueu si és possible construir els triangles següents:

Per exemple: Un triangle rectangle que tingui els angles de 90°, 60° i 30°. Sí

a) Un triangle amb els angles de 30°, 40° i 60°.

b) Un triangle amb els costats de 3 cm, 4 cm i 5 cm.

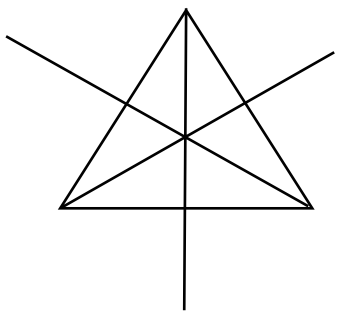
c) Un triangle isòsceles amb els dos costats iguals de 5 cm i l'altre de 6 cm.

SOL.:

a) No, 60° + 40° + 30° no sumen 180°.
b) Sí, és un triangle rectangle. S'acompleix el Teorema de Pitàgores.
c) Sí, un triangle isòsceles té dos costats iguals i un de diferent. I amb l'altura tenim dos triangles rectangles.

8. Dibuixeu un triangle equilàter de 3 cm de costat i traça'n les tres altures. Com es diu el punt on es tallen?

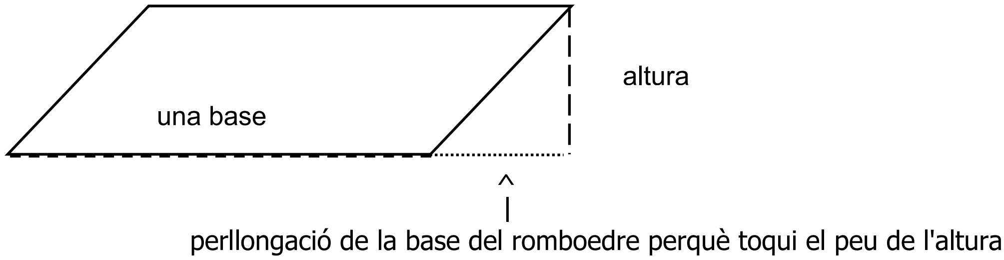
SOL.:



El punt on es tallen les altures es diu *ortocentre*.

9. Dibuixeu un paral·lelogram i assenyaleu-ne una de les bases i l'altura. Quant sumen els angles interiors?

SOL.:

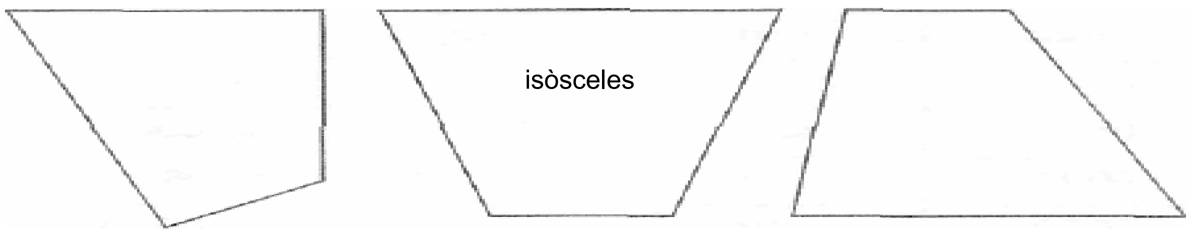


Si tracem les diagonals del paral·lelogram, ens queda dividit en dos triangles; per tant, els seus angles mesuraran 2 x 180° = 360°.

10. Dibuixeu un trapezoide, un trapezi isòsceles i un trapezi que no ho sigui, d'isòsceles. En què es diferencien les tres figures geomètriques?

SOL.:

a) Trapezoide: b) Trapezis:

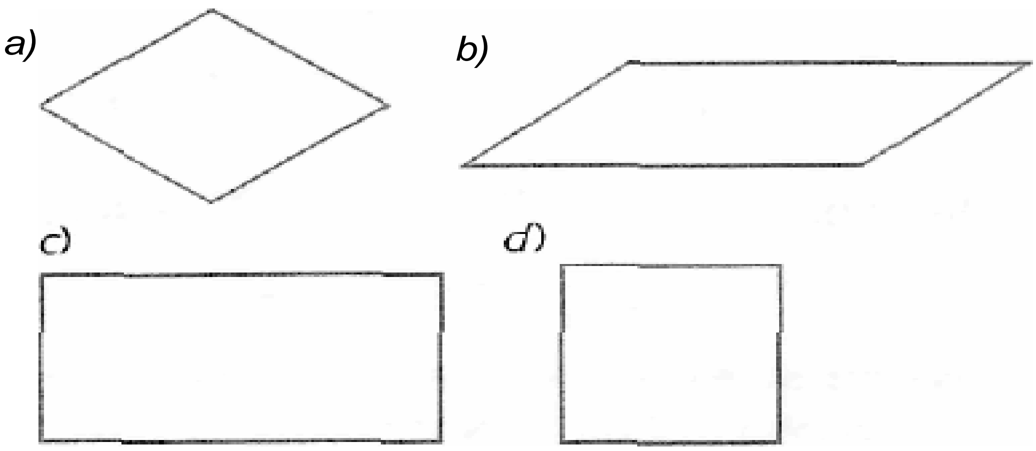


El trapezoide no té cap costat paral·lel; els trapezis tenen dos costats paral·lels i dos que no ho són, i el trapezi isòsceles té iguals els costats que no són paral·lels.

11. Dibuixeu un rombe, un romboide, un rectangle i un quadrat que tinguin, almenys, dos costats de 2 cm cadascun. Com podeu diferenciar-los dels altres tipus de quadrilàters (trapezis i trapezoides)?

a) Rombe: b) Romboide: c) Rectangle: d) Quadrat:

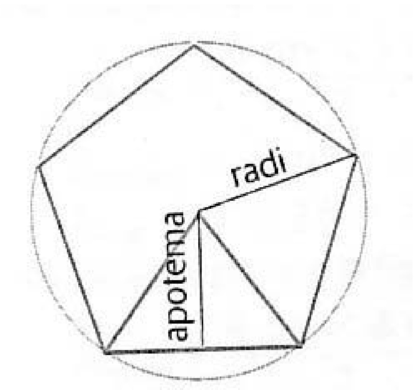
SOL.:



Es diferencien dels trapezis i trapezoides perquè sempre tenen els costats paral·lels dos a dos. Els trapezis, en canvi, només tenen dos costats paral·lels, i els trapezoides no tenen cap costat que sigui paral·lel a un altre.

12. Dibuixeu un pentàgon regular inscrit en una circumferència. Assenyaleu el radi de la circumferència i l'apotema del pentàgon. Quin nom rep la circumferència?

SOL.:



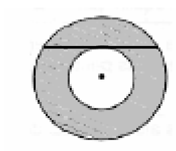
La circumferència en la qual està inscrit el pentàgon rep el nom de *circumferència circumscrita*.

13. Dibuixeu una circumferència que tingui un radi de r = 2,5 cm. Preneu-ne la longitud

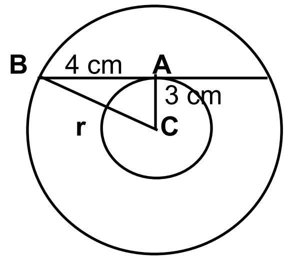
SOL.:

Amb un compàs i un regle, mesureu la distància entre la punta metàl·lica i el llapis: 2,5 cm. Comproveu que la longitud del perímetre de la circumferència obtinguda és de 15,7 cm.

14. Calculeu la longitud del radi de la circumferència exterior de la figura adjunta si la corda d'aquesta circumferència exterior és tangent a la circumferència interior i mesura 8 cm. El radi de la circumferència interior mesura 3 cm.



SOL.:



Pel Teorema de Pitàgores aplicat al triangle **ABC**,

el radi de la circumferència exterior mesura:

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Els dos triangles que tenen com a costat comú el radi AC, a les dues bandes d'AC, són iguals ja que els segments, BA i el simètric, també són iguals. És així perquè pertanyen a la corda perpendicular al radi, la qual és tangent a la circumferència interior en el punt de tangència (A), i donat que la circumferència exterior és fixa, r és el mateix.

15. Resoleu les següents equacions:	a) $2x+3x+8x=-26$ b) $12x-4x=3x+20$ c) $17x-144=198+7x$ d) $3x+100=5(200+3x)$ e) $x+1=-5(39-x)$ f) $9x-3(5x-6)=-30$ g) $5(5+2x)-7(2x-5)=12$ h) $4-(15+5x)=3[4x-9-2(9-x)]$ i) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=15$ j) $\frac{x-2}{3}-\frac{x-4}{5}=\frac{x-6}{7}$ k) $\frac{x-6}{5}=\frac{x-5}{4}+\frac{1-x}{6}$ l) $x^2-144=0$ m) $x^2-625=0$ n) $x^2+169=0$

a) $2x+3x+8x=-26$

SOL.:

Comencem per sumar els termes semblants que tenen x; en aquesta equació tots tenen signe positiu i es troben en el membre esquerre:

$$13x=-26$$

Per aïllar x multipliquem els dos membres de l'equació per $\frac{1}{13}$ (aquesta fracció és l'invers de 13, que multiplicada per aquest dóna 1), que interessa perquè quedi $1\cdot x$:

$$\frac{1}{13}\cdot 13x=\frac{1}{13}\cdot(-26)\Rightarrow\frac{13x}{13}=\frac{-26}{13}\Rightarrow 1\cdot x=x=-2$$

En el membre esquerre dóna x després de dividir 13 entre 13 o simplificar el 13, com ho vulgueu dir. I en el dret, -2. La solució és $x=-2$

b) $12x-4x=3x+20$

SOL.:

Com a l'anterior exercici, sumarem algèbricament els termes semblants que porten x. Abans haurem de passar el $3x$ al membre esquerre; per això, sumarem als dos membres $-3x$:

En el membre dret se simplifiquen $3x$ i $-3x$, i queda:

$$12x - 4x - 3x = 3x + 20 - 3x$$

$$12x - 4x - 3x = 20 \Rightarrow 5x = 20$$

Multipliquem els dos membres per $\frac{1}{5}$:

$$\frac{1}{5} \cdot 5x = \frac{1}{5} \cdot 20 \Rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{20}{5} \Rightarrow 1 \cdot x = x = 4$$

La solució és $x = 4$

c) $17x - 144 = 198 + 7x$

SOL.:
Amb el mateix procés dels exercicis anteriors:

$$17x - 144 = 198 + 7x \Rightarrow 17x - 7x = 198 + 144 \Rightarrow 10x = 342$$

$$10x = 342 \Rightarrow \frac{1}{10} \cdot 10x = \frac{1}{10} \cdot 342 \Rightarrow x = \frac{342}{10} = \frac{171}{5}$$

Es pot deixar com a fracció o en forma decimal: $x = 34{,}2$

d) $3x + 100 = 5(200 + 3x)$

SOL.:
Ara tenim un parèntesi en el membre dret. L'hem de treure multiplicant el factor(5) per cadascun dels termes que hi ha dins d'aquest parèntesi.

$$5(200 + 3x) = 5 \cdot 200 + 5 \cdot 3x = 1\,000 + 15x$$

L'equació queda

$$3x + 100 = 1\,000 + 15x$$

Com en els anteriors exercicis,

$$3x + 100 - 15x - 100 = 1\,000 + 15x - 15x - 100 \Rightarrow -12x = 900$$

$$-12x = 900 \Rightarrow \left(-\frac{1}{12}\right) \cdot (-12x) = \left(-\frac{1}{12}\right) \cdot 900 \Rightarrow x = -\frac{900}{12} = -75$$

Com sempre, val la regle dels signes de l'àlgebra en el producte i divisió:

$\cdot / \div$	$+$	$-$
$+$	$+$	$-$
$-$	$-$	$+$

e) $x + 1 = -5(39 - x)$

SOL.:
Primer, traiem el parèntesi del membre dret; queda l'equació:

$$-5(39-x)=(-5)\cdot 39-(-5)\cdot x=-195+5x \Rightarrow x+1=-195+5x$$

$$x+1-5x-1=-195+5x-5x-1$$

$$-4x=-196 \Rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)\cdot(-4x)=\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot(-196) \Rightarrow x=\frac{196}{4}=49$$

f) $9x-3(5x-6)=-30$

SOL.:
Com a l'exercici anterior, traurem el parèntesi i aïllarem x.

$$9x-3(5x-6)=-30 \Rightarrow 9x-3\cdot 5x+3\cdot 6=-30 \Rightarrow 9x-15x+18=-30$$

$$9x-15x+18=-30 \Rightarrow 9x-15x+18-18=-30-18 \Rightarrow -6x=-48$$

$$\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot(-6x)=\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot(-48) \Rightarrow x=8$$

g) $5(5+2x)-7(2x-5)=12$

SOL.:
Traurem els dos parèntesis exactament com hem fet en els anteriors exercicis.

$$25+10x-14x+35=12 \Rightarrow -4x=12-25-35=-48$$

$$-4x=-48 \Rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)\cdot(-4x)=\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot(-48) \Rightarrow x=12$$

h) $4-(15+5x)=3[4x-9-2(9-x)]$

SOL.:
Aquí tenim parèntesis i un claudàtor. Primer, traurem els parèntesis:

$$4-(15+5x)=4-15-5x=-11-5x$$

$$4x-9-2(9-x)=4x-9-18+2x=6x-27$$

Segon, el claudàtor:

$$3[4x-9-2(9-x)]=3[6x-27]=18x-81$$

A efectes de càlcul, un claudàtor és un parèntesi dintre del qual n'hi ha més, però ambdós es troben a diferents nivells, és a dir, primer s'han de resoldre els parèntesis i després els claudàtors.
L'equació queda:

$$-11-5x=18x-81 \Rightarrow -5x-18x=-81+11 \Rightarrow -23x=-70 \Rightarrow x=\frac{-70}{-23}=\frac{70}{23}$$

Els passos intermedis que no hem posat aquí també es poden fer com en els anteriors exercicis. *Però l'anterior resolució és perfectament vàlida encara que no s'han especificat aquests passos*. **Animo l'estudiant a resoldre tots els exercicis anteriors sense els passos intermedis. De fet, quan tingui més pràctica, farà la resolució sense aquests passos.**

i) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=15$

SOL.:
Ara els coeficients del termes són fraccions. Trobarem el mínim comú múltple dels denominadors:

$$\left.\begin{array}{l} 2=2^1 \\ 3=3^1 \end{array}\right\} \rightarrow \operatorname{mcm}(2,3)=2\cdot 3=6$$ (factors comuns i no comuns amb el major exponent.)

Per treure denominadors, ara multipliquem els dos membres de l'equació per aquest mcm:

$$6\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{3}\right)=6\cdot 15 \Rightarrow 6\cdot\frac{x}{2}+6\cdot\frac{x}{3}=90 \Rightarrow 3x+2x=90 \Rightarrow 5x=90 \Rightarrow x=\frac{90}{5}=18$$

Aquest procedimient és el que sempre utilitzarem en el cas d'equacions amb fraccions.

j) $\frac{x-2}{3}-\frac{x-4}{5}=\frac{x-6}{7}$

SOL.:
Trobarem el mínim comú múltple dels denominadors:

$$\left.\begin{array}{l} 3=3^1 \\ 5=5^1 \\ 7=7^1 \end{array}\right\} \rightarrow \operatorname{mcm}(3,5,7)=3\cdot 5\cdot 7=105$$

Per treure denominadors, multipliquem els dos membres de l'equació per aquest mcm:

$$105\left(\frac{x-2}{3}-\frac{x-4}{5}\right)=105\left(\frac{x-6}{7}\right) \Rightarrow 35(x-2)-21(x-4)=15(x-6)$$

Traiem parèntesi:

$$35(x-2)-21(x-4)=15(x-6) \Rightarrow 35x-70-21x+84=15x-90$$

$$35x-70-21x+84=15x-90 \Rightarrow 35x-15x-21x=-90+70-84$$

$$35x-15x-21x=-90+70-84 \Rightarrow -x=-104 \Rightarrow x=104$$

k) $\frac{x-6}{10}=\frac{x-5}{4}+\frac{1-x}{6}$

SOL.:
Trobarem el mínim comú múltple dels denominadors:

$$\left.\begin{aligned} 10 &= 2^1 \cdot 5^1 \\ 4 &= 2^2 \\ 6 &= 2^1 \cdot 3^1 \end{aligned}\right\} \rightarrow \mathrm{mcm}(10,4,6) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$60 \cdot \frac{x-6}{10} = 60 \cdot \frac{x-5}{4} + 60 \cdot \frac{1-x}{6} \Rightarrow 6(x-6) = 15(x-5) + 10(1-x)$$

$$6(x-6) = 15(x-5) + 10(1-x) \Rightarrow 6x - 36 = 15x - 75 + 10 - 10x$$

$$6x - 36 = 15x - 75 + 10 - 10x \Rightarrow 6x - 15x + 10x = -75 + 10 + 36$$

$$6x - 15x + 10x = -75 + 10 + 36 \Rightarrow x = -29$$

l) $x^2 - 144 = 0$

SOL.:
Deixarem el terme amb x^2 en el membre esquerre i passarem el 144 amb signe "+" al membre dret. El signe "+" d'un nombre positiu no cal posar-lo quan es troba sol en un membre.

$$x^2 - 144 = 0 \Rightarrow x^2 - 144 + 144 = +144 \Rightarrow x^2 = 144$$

Hi ha dos nombres reals, un positiu i l'altre negatiu, que elevats al quadrat donen 144. Es calculen fent l'arrel quadrada de 144:

$$x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

Les solucions són: $x = -12$ i $x = +12$

m) $x^2 - 625 = 0$

SOL.:
Com a l'exercici anterior, $x^2 - 625 = 0 \Rightarrow x^2 = 625 \Rightarrow x = \pm\sqrt{625} = \pm 25$
Les solucions són: $x = -25$ i $x = +25$

n) $4x^2 - 900 = 0$

SOL.:
Abans de treure l'arrel quadrada d'x^2 hem de deixar-lo aíllat al membre esquerre, sense el coeficient 4, que passarà al membre dret dividint.

$$4x^2 - 900 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 900 \Rightarrow x^2 = \frac{900}{4} = 225 \Rightarrow x = \pm\sqrt{225} = \pm 15$$

o) $x^2 + 169 = 0$

SOL.:

$$x^2 = -169 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-169}$$

Quan intentem calcular l'arrel quadrada d'aquest nombre negatiu amb la calculadora, dóna *Error*. És lògic ja que no té sentit trobar nombres que en multiplicar-los per ells mateixos donin un resultat negatiu, d'acord amb la regla dels signes -apartat d) d'aquest exercici-.