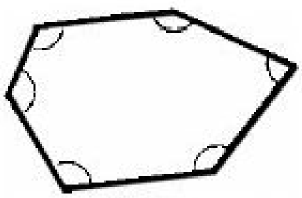
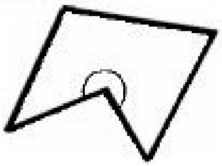
1. POLÍGONS

Un **polígon** és una porció de pla limitada per una línia poligonal tancada (línia poligonal: l'origen de cada segment coincideix amb el final de l'anterior). Els segments de recta que formen la poligonal són els **costats** del polígon. Els **vèrtexs** d'un polígon són els punts comuns a dos costats consecutius. Els polígons es classifiquen, segons els costats que tinguin, en:

- **triangles** (3)
- **quadrilàters** (4)
- **pentàgons** (5)
- **hexàgons** (6)
- **heptàgons** (7)
- **octògons** (8)
- **decàgons** (10)
- **dodecàgons** (12)



Un polígon és **convex** si té tots els angles interiors convexos, és a dir, més petits que 180°.

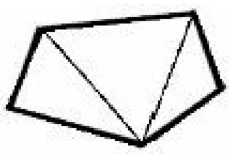


Un polígon és **còncau** si té algun angle interior còncau, és a dir, més gran que 180°.

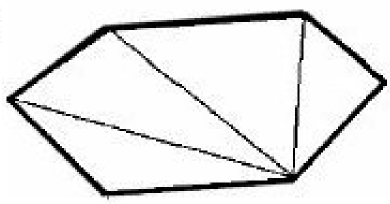
Una **diagonal** d'un polígon és un segment que uneix dos vèrtexs no consecutius.

De cada vèrtex d'un polígon convex d'**n** costats surten tantes diagonals com costats té el polígon menys tres: **n- 3**. Això és així perquè no s'ha de tenir en compte el vèrtex de partida ni, tampoc, els dos consecutius, ja que determinarien costats i no diagonals. Fixeu-vos que un polígon té el mateix nombre de costats que de vèrtexs i angles.

De cada vèrtex d'un pentàgon surten **5 – 3 = 2** diagonals.



De cada vèrtex d'un hexàgon surten **6 – 3 = 3** diagonals.



És fàcil deduir que el

nombre total de diagonals que té un polígon convex d'**n** costats és $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

És així perquè el nombre de diagonals que parteixen de cada vèrtex (**n- 3**) s'ha de multiplicar pel nombre de vèrtexs (**n**); però, com que d'aquesta manera cada diagonal es compta dues vegades, s'ha de dividir entre dos.

El **perímetre** d'un **polígon** és la suma de les longituds dels seus costats.

Això que hem dit fins aquí val per a tots els polígons, siguin regulars o irregulars. Com que parlem d'aquests dos grans tipus de polígons, ara els explicarem:

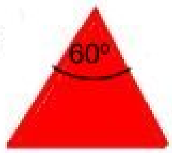
Polígon regular és el que té tots els seus costats iguals, és a dir, tots els seus costats tenen la mateixa longitud.

Polígon irregular és el que té els costats desiguals, encara que només n'hi hagi un.

Tots els polígons que hem vist fins ara en aquest apartat L1-3 són irregulars. Tots tenen un costat, si més no, de longitud diferent a la dels altres.

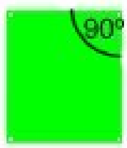
Mostrem ara quatre polígons que són regulars, que reben uns nombres concrets i que són coneguts per aquests noms i dels quals en parlarem durant aquest curs:

Polígon regular de tres costats:



Triangle equilàter

Polígon regular de quatre costats i angles interiors de 90º:

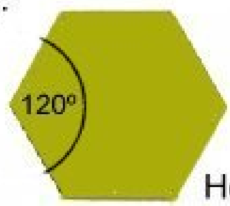


Quadrat

Polígon regular de cinc costats i angles interiors de 108º (polígon regular de cinc costats convex):

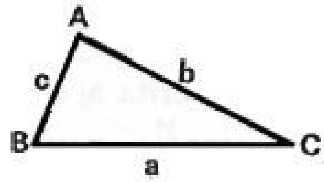
Pentàgon

Polígon regular de sis costats i angles interiors de 120º (polígon regular de sis costats convex):



Hexàgon

2. TRIANGLES



Un triangle és un polígon que té tres costats.
Convenim en assenyalar amb lletres majúscules **A**, **B**, **C**, ... els angles dels vèrtexs d'un triangle i amb les mateixes lletres minúscules **a**, **b**, **c**, ... els costats oposats corresponents a aquests angles.

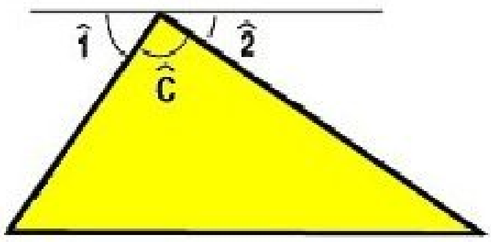
Un costat qualsevol d'un triangle és sempre més petit que la suma dels altres dos í més gran que la seva diferència.

Efectivament, el camí més curt per anar d'un punt a un altre és la línia recta. La distància entre A i B, que és c, és més petita que el recorregut que passa per C, que seria b + a; és a dir: c < a + b. També és: c > a – b, perquè c + b > a.

Si un triangle té els tres costats iguals és un triangle **equilàter**. Si en té dos d'iguals i el tercer diferent, aleshores és un triangle **isòsceles**.
Quan té els costats diferents és un triangle **escalè**.
Si té els tres angles aguts, és **acutangle**. Si té un angle obtús, és **obtusangle**. Si té un angle recte(90º), és **rectangle**.

La suma dels tres angles d'un triangle és 180° (un angle pla).

Comprovem-ho: Considerem un triangle **ABC.** Tracem per un dels vèrtexs, per exemple C, la paral·lela al costat oposat **AB.** Veiem que els tres angles així formats acompleixen:



$\hat{1}+\hat{2}+\hat{C}=180°$.
Però com que $\hat{1}=\hat{A}$ i $\hat{2}=\hat{B}$, ja que es tracta d'angles alterns interns entre rectes paral·leles, aleshores: $\underline{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180º}$

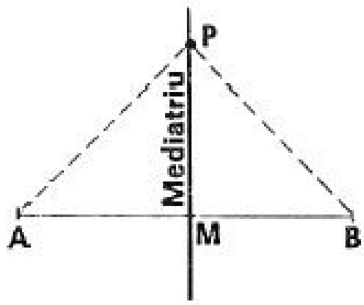
3. RECTES NOTABLES D'UN TRIANGLE

En un triangle es poden considerar les rectes notables següents: *mediatrius*, *bisectrius*, *altures* i *mitjanes*.
Aquestes rectes notables es tallen en punts diferents: Les *mediatrius* es tallen en un punt anomenat *circumcentre*; les *bisectrius,* en l'*incentre*; les *altures*, en l'*ortocentre*; les *mitjanes*, en el *baricentre*.

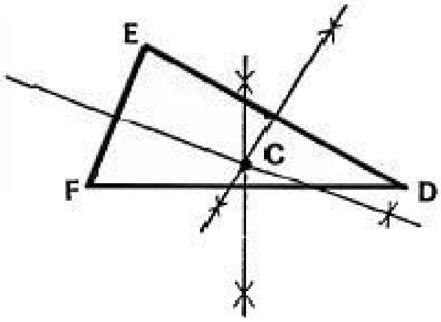
A continuació, parlarem d'aquestes rectes notables i de les propietats que verifiquen.

La mediatriu d'un segment és la recta perpendicular traçada en el punt mitjà del segment.

Qualsevol punt de la mediatriu equidista dels extrems del segment: $\overline{PA}=\overline{PB}$; $\overline{MA}=\overline{MB}$



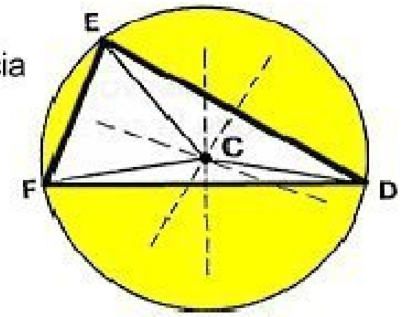
Les **mediatrius** d'un triangle són les tres mediatrius que corresponen a cadascun dels costats.



Les tres mediatrius es tallen en un mateix punt C que s'anomena **circumcentre del triangle.**

Aquest punt és a la mateixa distància dels tres vèrtexs del triangle: $\overline{CD} = \overline{CE} = \overline{CF}$ (=radi circumferència circumscrita)

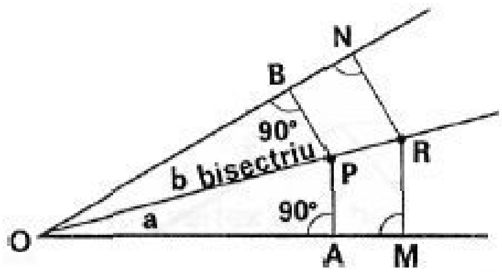
Per aquest motiu, es pot construir una circumferència amb centre a C i que passi pels tres vèrtexs del triangle: es tracta de la **circumferència circumscrita al triangle.**



La bisectriu d'un angle és la recta que divideix l'angle en dos angles iguals.

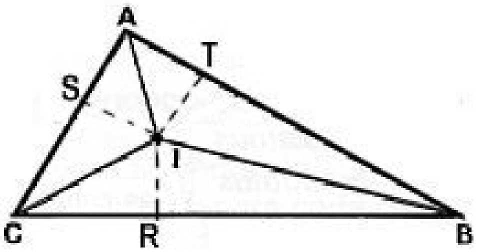
Tots els punts de la bisectriu equidisten dels dos costats de l'angle:

$\overline{PA} = \overline{PB}$



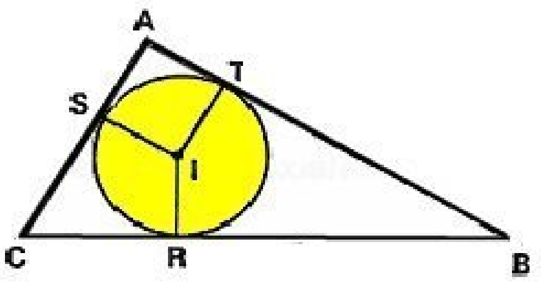
Les **bisectrius** d'un triangle són les bisectrius dels seus tres angles.

Les tres bisectrius es tallen en un mateix punt que és **l'incentre del triangle.**

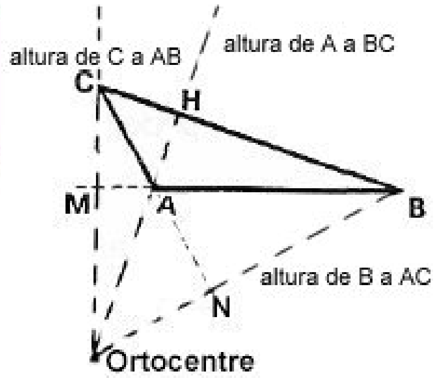


L'**incentre I** es troba a la mateixa distància dels tres costats del triangle: $\overline{IR} = \overline{IS} = \overline{IT}$ (=radi circumferència inscrita)

Per aquest motiu, es pot construir una circumferència amb centre al punt **I** i que passi pels punts R, S i T: es tracta de la **circumferència inscrita al triangle**. Els tres costats del triangle són tangents a aquesta circumferència.



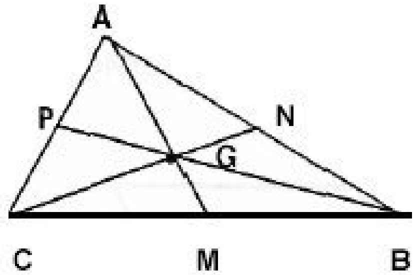
Les **altures** d'un triangle són les tres rectes perpendiculars a cadascun dels costats, o a la seva prolongació, des del vèrtex oposat.



Les altures del triangle ABC de la figura són les rectes que passen pels punts **AH**, **BN** i **CM**.

Aquestes tres rectes es tallen en un punt que és l'**ortocentre** del triangle.

Les **mitjanes** d'un triangle són els tres segments que uneixen cada vèrtex amb el punt mitjà del costat oposat.

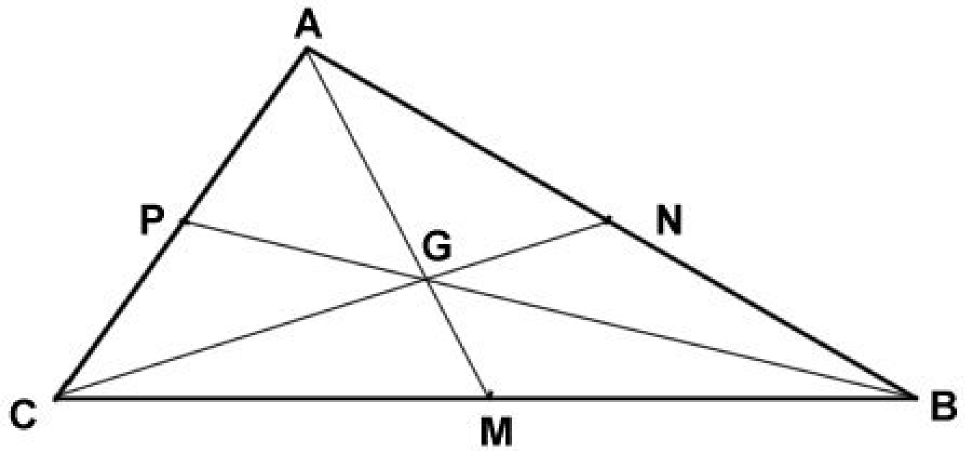


Les tres mitjanes es tallen en un punt G que és el **baricentre** del triangle.

Si construïm un triangle d'un material homogeni, per exemple de cartró, podrem comprovar que el baricentre coincideix amb el centre de gravetat del triangle: és el punt d'aplicació del seu pes i, per tant, podem aconseguir que el triangle es mantingui en equilibri sobre un suport situat en aquest punt o, també, si el suspenem penjat d'un fil que passi pel baricentre.

Una propietat important del baricentre:

El baricentre **G** *es troba a doble distància del vèrtex que del punt mitjà del costat oposat*, és a dir, $\overline{CG} = 2 \cdot \overline{GN}$, $\overline{BG} = 2 \cdot \overline{GP}$, $\overline{AG} = 2 \cdot \overline{GM}$.



Ara no podem fer la demostració perquè necessitem del teorema de Tales per aplicar-lo.
Més endavant, quan tinguem domini d'aquest teorema, hi tornarem.
Fixeu-vos en la figura i en què, intuïtivament, es compleix la propietat.